

## La preuve mathématique

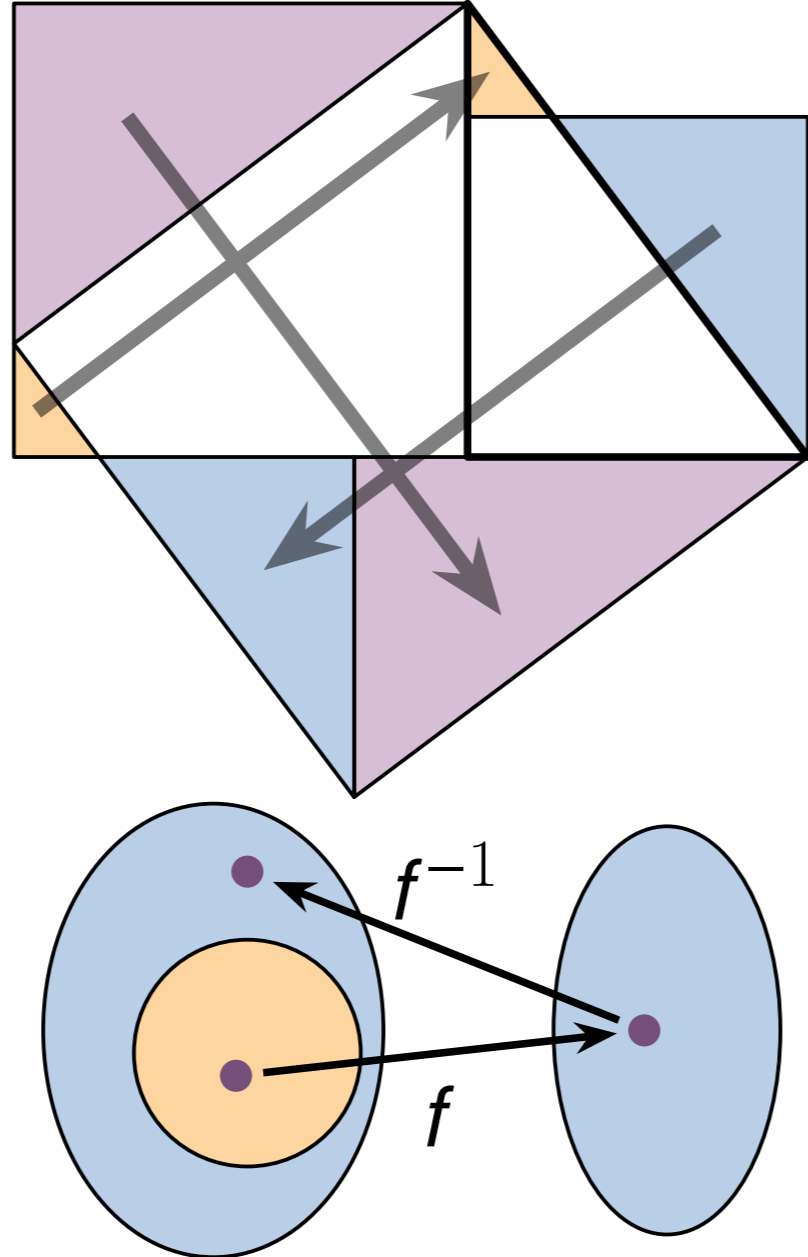
### Rôles de la preuve [3]

- validation des assertions (vérification, explication)
- communication (présentation systématique, transmission)
- part du processus de recherche (exploration des conséquences, élaboration de conjectures)

### Compétences liées à la preuve [5]

- compréhension de la structure hiérarchique (global / local)
- reconstruction *a posteriori* d'un discours de preuve
- alternance entre *rhétorique formelle* et parties *centrées sur le problème*

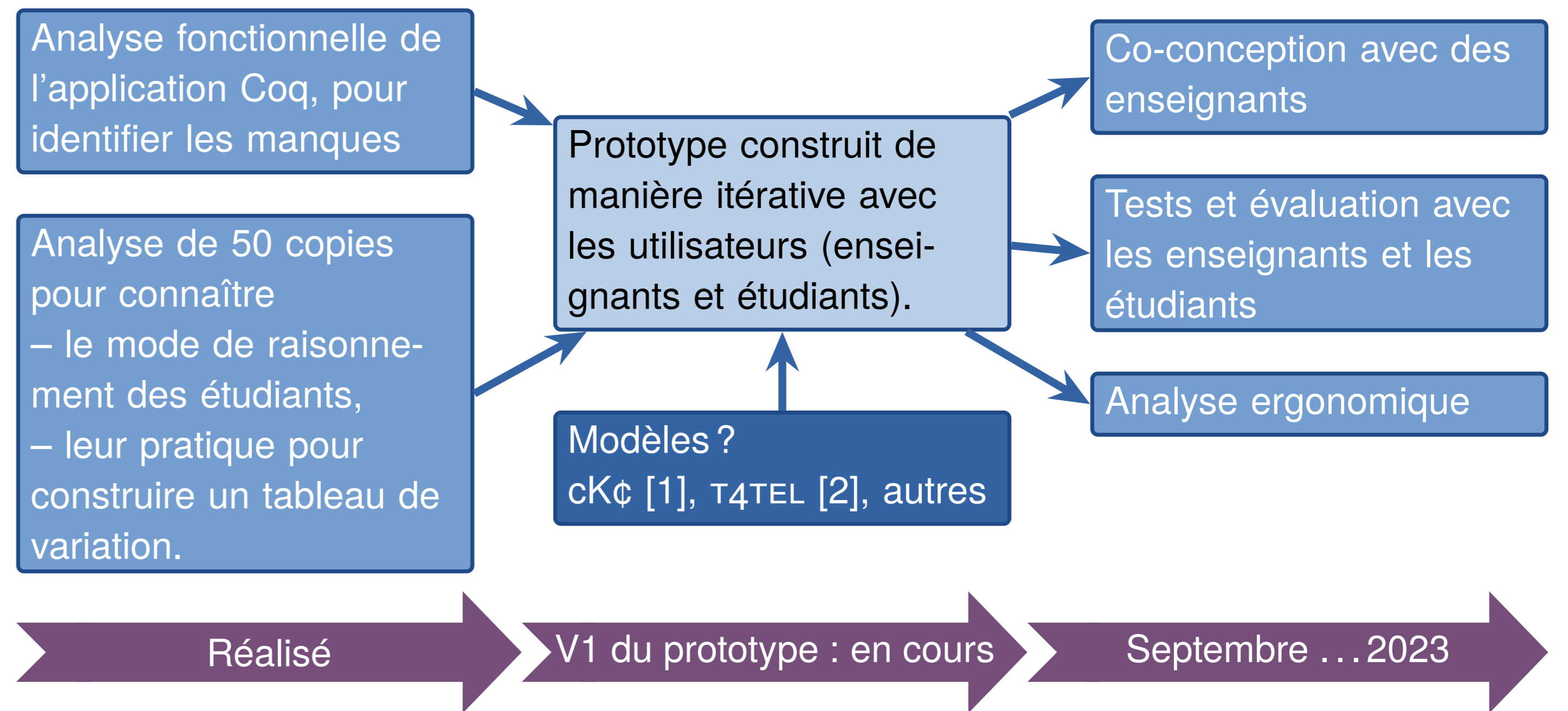
Et dans la pratique, beaucoup de preuves utilisent le registre visuel.



Installer la pratique de la démonstration est un enjeu majeur en mathématiques à l'entrée à l'université.

## Méthode

Un travail de recherche guidé par le Design-Based Research [4, 6] et une démarche centrée utilisateur pour la conception et l'évaluation de MathCoq



## Les assistants de preuve

Il existe de nombreux assistants de preuves (Coq, Isabelle, HOL4, Lean, etc.). Ils permettent de définir et manipuler des objets mathématiques et de **prouver des théorèmes**. Contrairement à des logiciels de calcul symbolique, ils ne sont pas faits pour calculer indépendamment de l'utilisateur : ils ne font que **vérifier une preuve rédigée par l'utilisateur**.

### Interface de Coq

L'interface de Coq est séparée en deux parties distinctes. À gauche l'entrée l'utilisateur À droite les retours de Coq

## Prototype en cours d'élaboration

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{5-\sqrt{5}}{10}$	$\frac{\sqrt{5}}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5+\sqrt{5}}{10}$	$+\infty$
$-10x^2 + 10x - 2$		-	0		+	?	
$(5x^2 - 1)^2$		+	0	+	0	+	
$f'(x)$		-	-	0	+		+
$f(x)$						0	

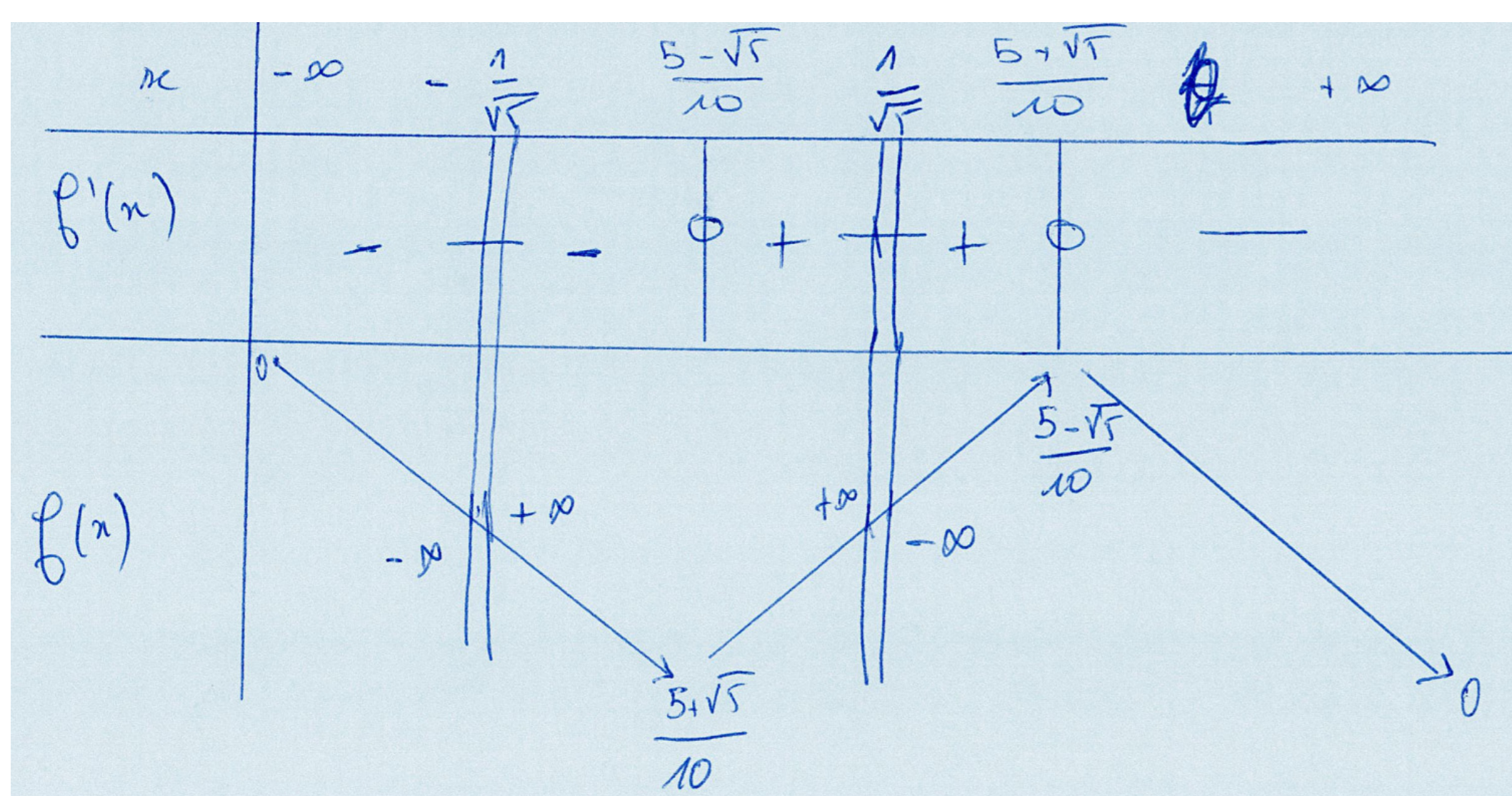
L'interface permettra la manipulation d'un tableau :

- ajout de lignes et colonnes (calculs intermédiaires, points d'intérêt)
  - ajout d'information dans les cases (valeurs, signes, variations)
  - validation des informations entrées, indication des éléments à prouver
- On souhaite maintenir le lien avec la preuve textuelle :
- automatisation de certains calculs
  - justification de certaines assertions dans le langage usuel de Coq

## Résultats partiels d'observation des copies

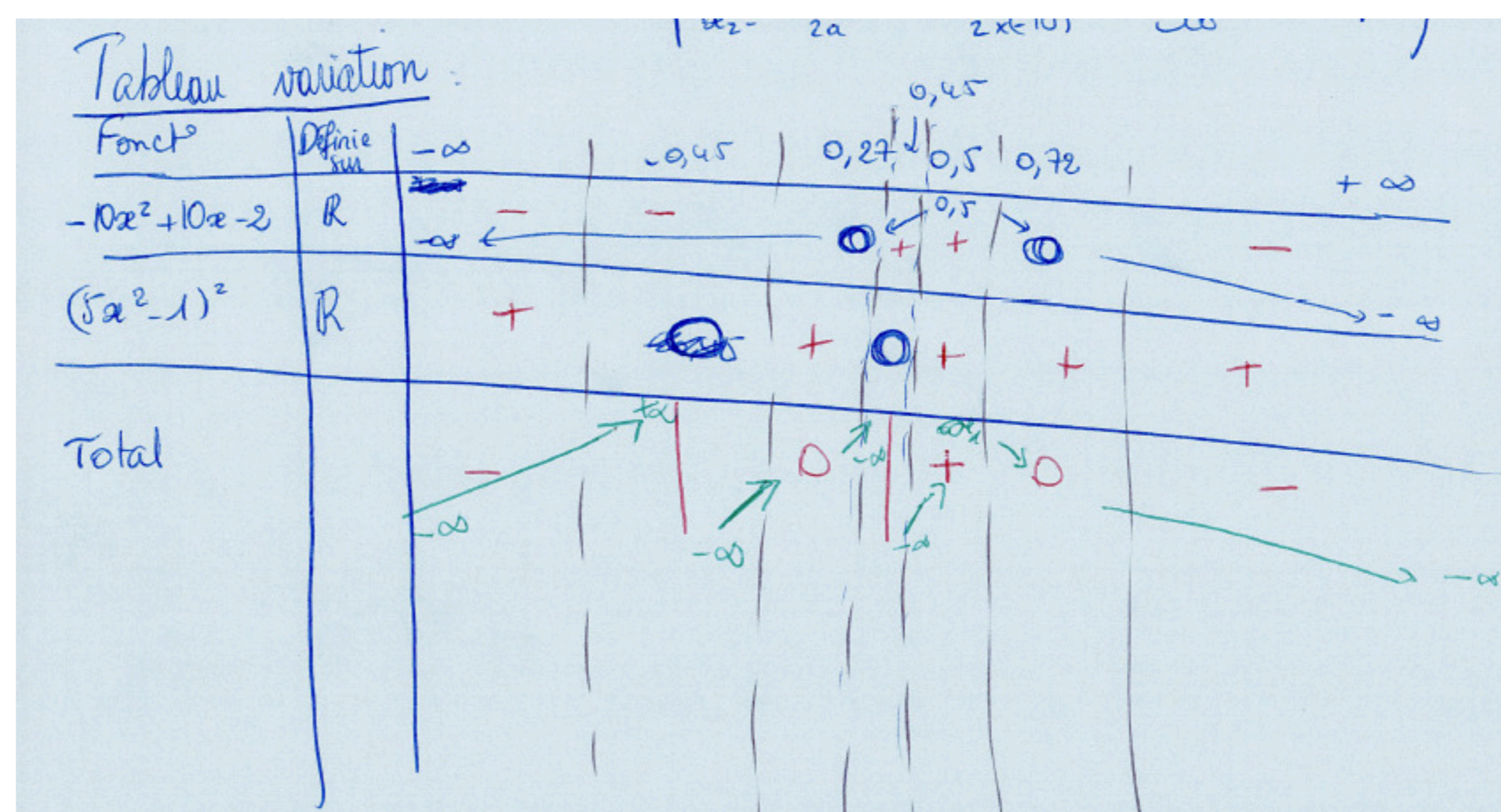
Le tableau de variation est utilisé de plusieurs façons par les étudiant-es comme

- une synthèse des résultats
- un objet évolutif qui guide la résolution

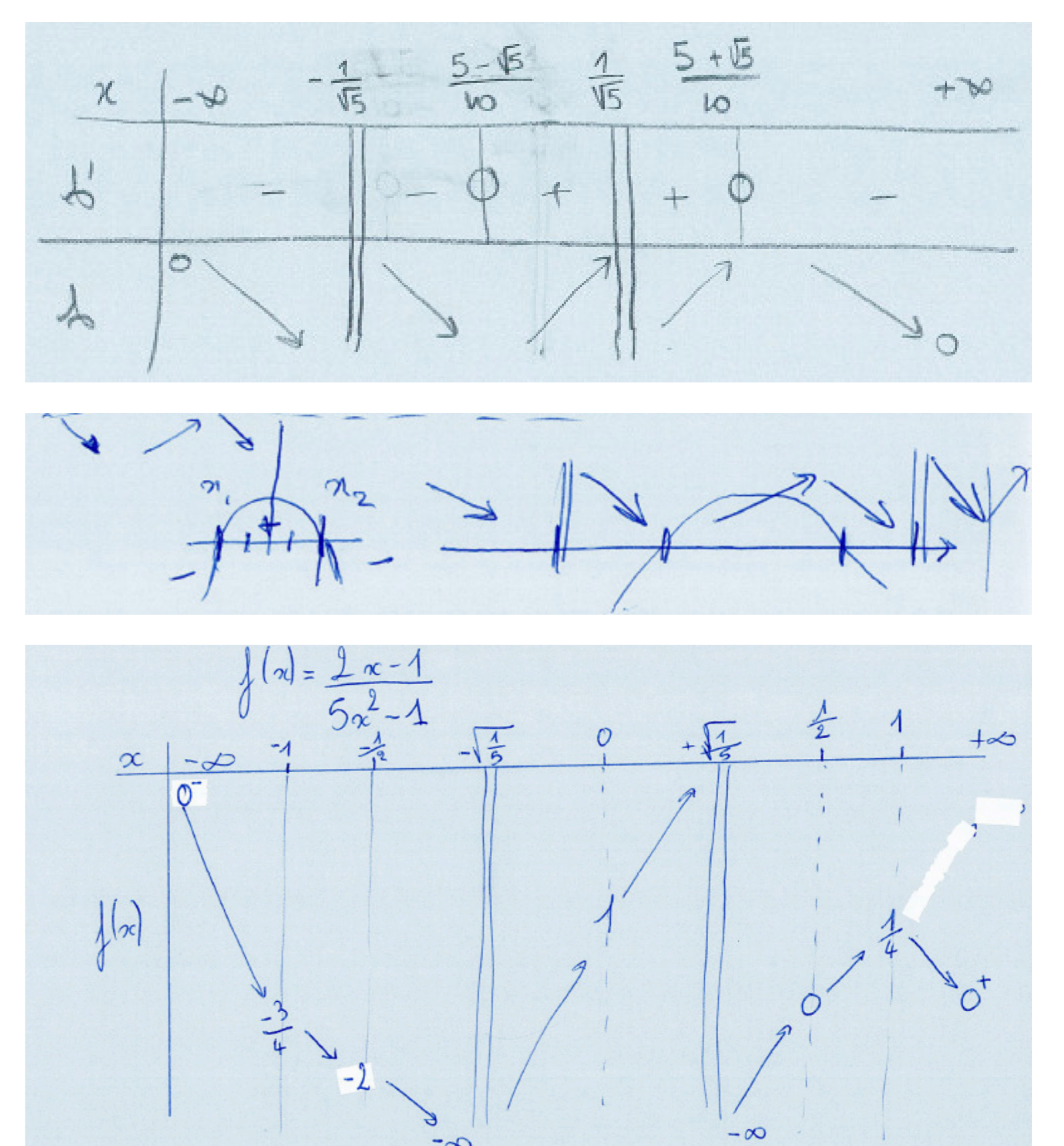


Consigne donnée : Dresser un tableau de variation pour  $f(x) = \frac{2x-1}{5x^2-1}$ .

Certaines copies suggèrent que certain-es utilisent le tableau pour raisonner ou pour relever des erreurs.



Des variations dans les pratiques



[1] Balacheff, N., Margolinas, C. : cKc Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In : XII<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques. p. 1. La Pensée Sauvage éditions (Aug 2003)

[2] Chaachoua, H. : T4TEL un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. In : Pilet, J., Venda, C. (eds.) Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2018. pp. 8–25. IREM de Paris – Université Paris Diderot, Paris, France (2019)

[3] Hanna, G. : Proof, Explanation and Exploration : An Overview. Educational Studies in Mathematics 44(1/2), 5–23 (2000). <https://doi.org/10.1023/A:1012737223465>

[4] Mandran, N., Vermeulen, M., Prior, E. : THEDRE's Framework : Empowering PhD Candidates to Efficiently Implement Design-Based Research. Education and Information Technologies 27(7), 9563–9586 (Aug 2022). <https://doi.org/10.1007/s10639-022-10993-x>

[5] Selden, J., Selden, A. : Teaching Proving by Coordinating Aspects of Proofs with Students' Abilities. In : Stylianou, D.A., Blanton, M.L., Knuth, E.J. (eds.) Teaching and Learning Proof Across the Grades, pp. 339–354. Routledge, zeroth edn. (Sep 2010). <https://doi.org/10.4324/9780203882009-20>

[6] Wang, F., Hannafin, M.J. : Design-based research and technology-enhanced learning environments. Educational Technology Research and Development 53(4), 5–23 (Dec 2005). <https://doi.org/10.1007/BF02504682>